Diffuse Mehrfachstreuung zwischen wolkiger Atmosphäre und dem Boden - Ein Zweischichtenmodell

Dietmar Thaler

dietmar.thaler@posteo.at

Admont, 11. Nov. 2018

Unter der Annahme von oben kommender extraterrestrischer diffuser und horizontal homogener Strahlung wird die am Boden ankommende Strahlung nach Mehrfachreflexion zwischen teilweise bewölkter Atmosphäre und dem Erdboden quantitativ abgeschätzt.

Alternativ kann angenommen werden, dass der horizontal homogene und diffuse Strahlungsinput nur von unten kommt, z.B. künstliche Beleuchtung. Es kann gezeigt werden, dass für hinreichend hohe Atmosphären- und Bodenalbeden (z.B. durch dichte Bewölkung bei Schneebedeckung) die von oben zurück gestreute Strahlung durch Mehrfachreflexion jene von den Quellen am Boden ausgehende übersteigen kann: Bei günstigen Bedingungen kann es zu *Überhellung* komm*en.*

Für grobe Abschätzungen, wie sie für photometrische Helligkeitsangaben hilfreich sein können, mag die präsentierte Methode hinreichend genau sein.

1 Extraterrestrische Strahlungsquelle

Streuung von Strahlung[1] in einem heterogenen Medium ist eine komplexe Angelegenheit. Selbst unter Vernachlässigung des Wellencharakters elektromagnetischer Strahlung, wie Interferenz und Polarisation, wäre die entsprechende Strahlungsübertragungsgleichung für alle Wellenlängen und Raumrichtungen zu lösen. Ein Überblick über die wichtigsten Lösungsmethoden findet sich z.B. in Liou (1980), Kapitel 6. Für manche Abschätzungen können aber wesentlich einfachere Methoden ausreichend sein, z.B. für didaktische Zwecke oder wenn der Charakter des Problems eine exaktere Behandlung nicht erforderlich oder möglich macht.

Die Abschätzung folgt grob dem Fluss-Ansatz mit zugehöriger Lösung eines linearen Gleichungssystems gemäß Bohren and Clothiaux (2006), Seite 241 ff. Alternativ wäre auch die Summation einer geometrischen Reihe durchführbar, wie sie zum Beispiel in Thaler (2015) dargestellt ist.

Man denke sich das *System Erde-Atmosphäre* in eine semitransparente, teilrefelektierende und teilabsorbierende atmosphärische Schicht und in einen intransparenten aber teilreflektiven und teilabsorbierenden Erdboden aufgeteilt, das von einem diffusen extraterrestrischen Strahlungsfluss D_0 von oben beleuchtet wird. Für die *Atmosphärenschicht* gilt, dass Strahlung entweder die Schicht durchdringt (Transmissionsrate $0 \leq T \leq 1$) oder reflektiert wird (diffuse Reflexionsrate[2] $0 \leq R \leq 1$) bzw. absorbiert wird (Absorptionsrate $0 \leq A \leq 1$). Die Raten sind durch folgende Beziehung miteinander verbunden:

$$T_A + R_A + A_A = 1. \tag{1}$$

Daher kann die Schicht durch das Wertepaar T_A, R_A vollständig charakterisiert werden. Für die intransparente *Bodenschicht* gilt:

$$R_G + A_G = 1. \tag{2}$$

Für seine Charakterisierung genügt die Bodenreflektivität R_G alleine. Gesucht sei nun die am Boden eintreffende Strahlungsflussdichte D_A (vergleiche Abb. 1).

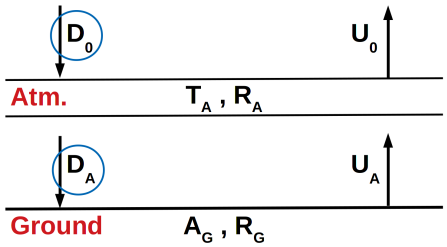

Abbildung 1: Mehrfache Reflexion von oben ankommender diffuser Strahlung D_0 zwischen bewölkter Atmosphäre und dem Boden. Gesucht wird die von oben den Boden erreichende Strahlung D_A.

Gemäß Abbildung 1 lassen sich drei Gleichungen für die drei Unbekannten U_0, U_Aund $D_A$aufstellen. U_0 ist die Summe der von unten durch die Atmosphäre transmittierten Strahlung $U_A T_A$ und der nach oben zurück reflektierten ankommenden extraterrestrischen Strahlung $D_0 R_A$. Analoges gilt für die Flüsse $U_A$und D_A:

$$\begin{aligned} U_0 &= U_A T_A + D_0 R_A \\ D_A &= D_0 T_A + U_A R_A \qquad (3) \\ U_A &= D_A R_G\,. \qquad (4) \end{aligned}$$

[1] Der Begriff „Strahlung“ bezeichnet in Hinkunft sowohl die radiometrische Strahlung, die in Energiemaßen, z.B. in *Watt pro Quadratmeter,* gemessen wird, als auch photometrische Strahlung, wie sie der Wahrnehmung durch das menschliche Auge entspricht und in photometrischen Einheiten, z.B. in *Lux,* gemessen wird.

[2] bzw. Albedo

Für die Auflösung nach D_A genügen die unteren beiden Gleichungen: Setzt man Gl. (4) in die Beziehung für D_A Gl. (3) ein und formt sie elementar um, folgt

$$D_A = D_0 \frac{T_A}{1 - R_G R_A}. \tag{5}$$

Wenn man in der Atmosphäre in erster Näherung von Absorption absieht, dann reduziert sich die Transmissionsrate auf $T_A = 1 - R_A$ und somit wird D_A zu

$$D_A = D_0 \frac{1 - R_A}{1 - R_G R_A} \ . \tag{6}$$

Wählt man für die Atmosphärenalbedo R_A einen Ansatz, der vom Bewölkungsgrad $0 \leq N \leq 1$ abhängt und für den wolkenfreien Teil pauschaliert Streuung berücksichtigt,

$$R_A = \underbrace{N\alpha_{\mathrm{Cl}}}_{\text{Wolken}} + \underbrace{(1-N)\alpha_{\mathrm{CA}}}_{\text{wolkenfreie Atmosph.}} \ , \tag{7}$$

kann man die am Boden von oben eintreffende Strahlungsflussdichte bei $R_G = \alpha_G$ mit

$$\boxed{D_A = D_0 \frac{1 - [N\alpha_{Cl} + (1-N)\alpha_{CA}]}{1 - \alpha_G\,[N\alpha_{Cl} + (1-N)\alpha_{CA}]}} \tag{8}$$

ausschreiben. Ein Ansatz dieser Art wird gelegentlich zur Abschätzung der von Wolken und Bodenzustand beeinflussten natürlichen Nachthelligkeit am Boden verwendet (Thaler, 2016). Abbildung 2 zeigt die Transmission D_A/D_0 in Abhängigkeit von Wolken- und Bodenalbedo. Je „heller“ die Wolken und je „dunkler“ der Boden, desto weniger der von oben einfallenden Strahlung erreicht den Boden, wobei *unten nie mehr ankommen kann als oben reinkommt.*

2 Strahlungsquelle am Boden

Betrachtet man umgekehrt den Fall, in dem eine diffus nach oben gerichtete Strahlungsquelle U_G am Boden liegt, dann kann man analog zum vorigen Fall die Strahlungsflüsse gemäß Abb. 4 wie folgt anschreiben

$$\begin{aligned} U_0 &= U_A T_A \\ U_A &= U_G + D_A R_G && (9) \\ D_A &= U_A R_A && (10) \end{aligned}$$

und nach der gesuchten am Boden nach unten gerichteten Strahlungsflussdichte D_A auflösen, indem man Gleichung (9) in Gl. (10) einfügt. Nach elementarer Umformung ergibt sich

$$D_A = U_G \frac{R_A}{1 - R_G R_A}. \tag{11}$$

Setzt man nun den Wolken-Ansatz von Gl. (7) unter impliziter Vernachlässigung atmosphärischer Absorption ein, dann folgt

$$\boxed{D_A = U_G \frac{N\alpha_{Cl} + (1-N)\alpha_{CA}}{1 - \alpha_G\,[N\alpha_{Cl} + (1-N)\alpha_{CA}]}} \ . \tag{12}$$

Abbildung 4 zeigt nun die Abhängigkeit des Verhältnisses D_A/U_G vom Bewölkungsgrad N, der Wolkenalbedo α_{Cl} und der Bodenalbedo α_G. Erkennbar ist, dass die nach unten

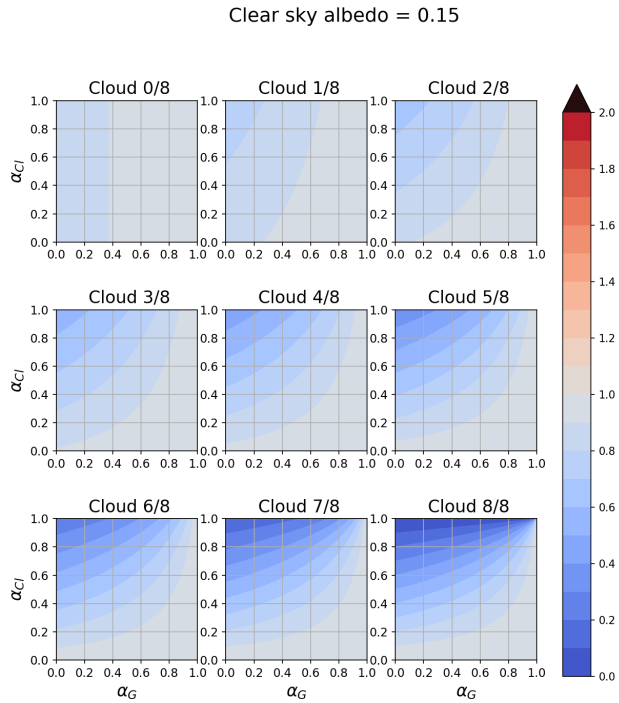

Abbildung 2: *Strahlungsquelle extraterrestrisch*: diffuse Transmission zum Boden in Abhängigkeit von Bewölkungsgrad sowie Wolken- und Bodenalbedo.

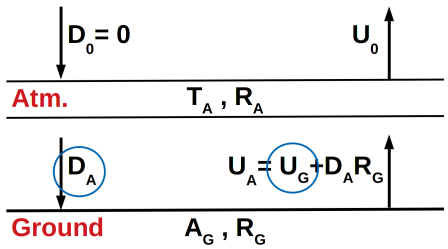

Abbildung 3: Mehrfache Reflexion von unten vom Boden ausgehender diffuser Strahlung U_G zwischen bewölkter Atmosphäre und dem Boden.

gerichtete Strahlungsflussdichte ab einer bestimmten Reflektivität der Atmosphäre und des Bodens dazu führt, dass sie durch Mehrfachreflexion die Bodenemission übersteigt (*Überhellung*[3]). Damit kommt zum Ausdruck, dass bei Bewölkung künstliche Beleuchtung am Boden zu einer sehr deutlichen Aufhelllung führen kann. Konkret folgt aus Gleichung (12) für $D_A/U_G > 1$ nach einigen Umformungen als Bedingung für Überhellung:

$$R_A > \frac{1}{1 + R_G} \ . \tag{13}$$

Das heißt, die atmosphärische Reflektivität muss einen Grenzwert in Abhängigkeit von der Bodenalbedo überschreiten. Bei verschwindender Bodenalbedo müsste die Atmosphärenalbedo den Wert eins überschreiten, um die Bedingung zu erfüllen, was nicht möglich ist. Das heißt, Mehrfachreflexion zwischen Boden und Atmosphäre ist eine notwendige Bedin-

[3] Der Begriff ist nicht allgemein gebräuchlich.

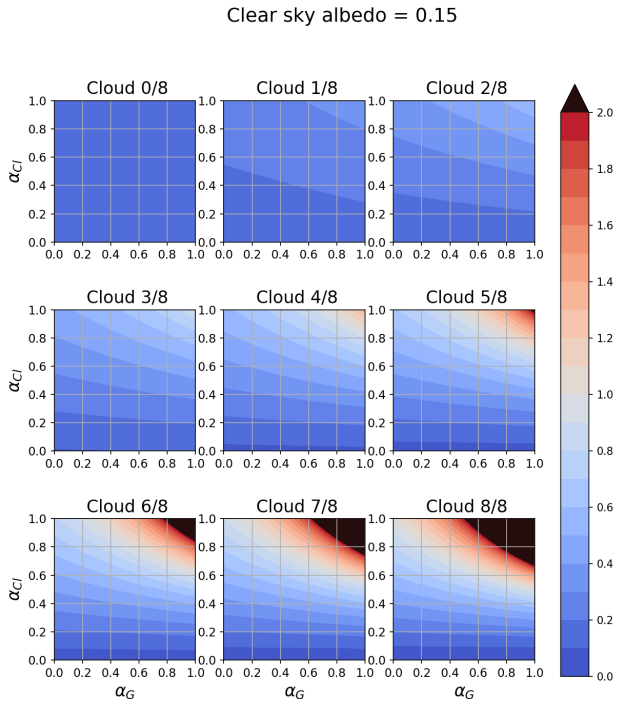

Abbildung 4: Strahlungsquelle am Boden: diffuse Reflexion zum Boden in Abhängigkeit von Bewölkungsgrad sowie Wolken- und Bodenalbedo.

R_G	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
R_A	1,00	0,83	0,71	0,63	0,56	0,50

Tabelle 1: Strahlungsquelle am Boden: Schwellwerte der Atmosphärenalbedo R_A, die in Abhängigkeit von der Bodenalbedo R_G überschritten werden muss, damit Überhellung eintritt ($D_A/U_G > 1$).

gung für Überhellung. Bei einem vollständig reflektierenden Boden ($R_G = \alpha_G = 1$) muss $R_A > 0,5$ sein. Bei weniger idealen Bedingungen, z.B. schneebedecktem Boden mit der Albedo $R_G \approx 0,8$, folgt für als Überhellungs-Bedingung $R_A \gtrsim 0,55$, was aber schon durch einen teilbedeckten Himmel erreicht werden kann (siehe Tabelle 1).

3 Ergänzungen

Die oben dargestellte Flussmethode ist auf mehrere teilreflektierende und teildurchlässige Schichten zwanglos erweiterbar. Allerdings nimmt die Anzahl der zu lösenden Gleichungen rasch zu. Bei drei Wolkenschichten und einem teilreflektierenden Boden sind schon sieben Gleichungen mit sieben Unbekannten zu lösen, was entweder einiges an Handarbeit oder den Einsatz von Computer-Algebra-Systemen erfordert.

In Bohren and Clothiaux (2006), S. 241 ff., wird ein Spezialfall untersucht. Alle Schichten haben die gleiche Reflektivität und Transmissionsfähigkeit. Zwei Schichten lassen sich dabei rechnerisch auf eine Schicht mit jeweils geänderter Reflektivität (bzw. Transmission) reduzieren. Durch fortgesetzte Verdoppelung ergibt sich bei Vernachlässigung von Absorption dabei folgende Beziehung für die Gesamtreflektivität R_n in Abhängigkeit von der Anzahl der Schichten n (R_s sei die Albedo einer einzelnen Schicht):

$$R_n = \frac{nR_s}{1 + (n-1)R_s}, \quad n = 1, 2, 4, 8, \ldots \tag{14}$$

Unmittelbar ersichtlich ist, dass für sehr dicke Schichten ($n \to \infty$) die Gesamtreflektivität gegen eins geht, also alle von oben einlangende Strahlung reflektiert wird und entsprechend die Transmission gegen null geht. Berücksichtigt man nun für jede Einzelschicht auch Absorption, dann kann man davon ausgehen, dass bei unendlicher „Dicke“ die Transmission ebenfalls gegen null geht. Die resultierende Reflektivität wird dabei aber nicht mehr den Idealwert eins annehmen, sondern einen geringeren. Der Körper ist grau.

Symbole

α_{Cl}, α_{CA}, α_G	Albedo von Wolken, der wolkenfreien Atmosphäre und des Bodens
N	Bewölkungsgrad ($0 \leq N \leq 1$)
A_G	am Boden absorbierter Strahlungsanteil ($0 \leq A_G \leq 1$)
R_A, R_G	Von der Atmosphäre (Index A) bzw. vom Boden (Index G) diffus reflektierte Strahlungsanteil bzw. deren Albedo ($0 \leq R_{A,G} \leq 1$).
D_0, D_A	Von oben nach unten gerichtete Strahlungsflussdichten am Oberrand der Atmosphäre (Index 0) bzw. am Boden (Index A).
U_0, U_A	Von unten nach oben gerichtete Strahlungsflussdichten am Oberrand der Atmosphäre (Index 0)bzw. vom Boden abgehend (Index A).
U_G	Nach oben gerichtete Quellstrahlung vom Boden ausgehend (z.B. künstliche Beleuchtung)

Literatur

Craig F. Bohren and Eugene F. Clothiaux. *Fundamentals of Atmospheric Radiation. An introduction with 400 Problems.* Wiley-VCH Verlag (Weinheim), 2006.

Kuo-Nan Liou. *An introduction to atmospheric radiation.* Academic Press, New York, London, Toronto, Sydney, San Francisco, 1980. ISBN 0-12-451450-2.

Dietmar Thaler. *Multiple scattering of short wave radiation between ground and atmosphere - A rough estimate.* www.foehnwall.at/multiplescattering1.html, 2015.

Dietmar Thaler. *AdNite2 - Night Vision Tool: AdNite2 is a GNU/Linux based Python>=3.4 free open source program suite that calculates basic astronomic data, moon positions and night time illuminance values dependent on meteorological conditions. It is licensed with the European Public License (EUPL).* http://adnite2.foehnwall.at/, 2016.